

Formale Logik

Blatt 9

Abgabe: 17.01.2022, 14 Uhr

Gruppennummer angeben!

Das Blatt darf zu zweit bearbeitet und eingereicht werden.

Aufgabe 1 (6 Punkte).

Wir betrachten die Sprache $\mathcal{L} = \{P, R\}$, wobei P ein einstelliges und R ein zweistelliges Relati-
onszeichen ist. Begründe, dass die Formel

$$\varphi = \left(\left(\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow P(Z_1)) \rightarrow (P(Z_1) \rightarrow \exists y R(Z_2, y)) \right) \rightarrow \right. \\ \left. \left(P(Z_1) \rightarrow \left(\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow P(Z_1)) \rightarrow \exists y R(Z_2, y) \right) \right) \right)$$

aus einer aussagenlogischen Tautologie entsteht. Welche? Ist φ eine Aussage? Ist φ allgemeingültig?

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Wir betrachten die \mathcal{L} -Formeln $\varphi_1[X_1, \dots, X_n]$ und $\varphi_2[X_1, \dots, X_n]$ sowie $\psi_1[X_1, \dots, X_n]$ und $\psi_2[X_1, \dots, X_n]$. Falls

$$\varphi_1 \sim \psi_1 \quad \text{und} \quad \varphi_2 \sim \psi_2,$$

begründe, dass

$$(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2) \sim (\psi_1 \rightarrow \psi_2)$$

Aufgabe 3 (8 Punkte).

Betrachte die Aussage

$$\varphi = \neg \forall x \exists y \exists z (\neg(x = y) \wedge \neg(x = z))$$

- (a) Wie viele Individuen kann es im Universum einer Struktur, in welcher die Aussage φ gilt, geben?
- (b) Begründe zu welchen der folgenden Aussagen die Aussage φ logisch äquivalent ist (es kann für mehrere Aussagen der Fall sein).
- $\exists x \forall y \forall z ((x = y) \vee (x = z))$
 - $\exists x \forall u (x = u)$
 - $\exists x \exists y \exists z ((x = y) \wedge (x = z))$
 - $\forall x \exists y \exists z ((x = y) \vee (x = z))$

ABGABE ZWISCHEN 14:00-14:20 UHR IN DER FACHBEREICHSBIBLIOTHEK PHILOSOPHIE IM KG I.
ALTERNATIV KÖNNEN SIE IHRE ABGABE ZU EINEM FRÜHEREN ZEITPUNKT IN DEN BRIEFKASTEN
IHRER ÜBUNGSGRUPPE IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS LEGEN.